Exercice 4:

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+1}-1}{x^2} \text{ pour } x>0 \\ f(x)=x^2+ax+2b \text{ pour } x\le 0 \end{cases}$$

1°/ Calculer b pour que f soit continue en 0

2°/ Calculer a pour que f soit dérivable en 0

Exercice 5 :

$f(x)=x^3+2x-1$

1°/ Montrer que f est dérivable sur $\mathbb{R}$

2°/

a) Calculer $f'(x)$ et $f''(x)$

b) Montrer que Cf a un seul point d'inflexion I

3°/ Ecrire l'équation de la tangente (T) à Cf au point I .

Exercice 6 :

1°/ Montrer que $\forall x\in[0,\frac{\pi}{2}]$ on a : $1-\frac{x^2}{2}\le\cos x\le 1-\frac{x^2}{\pi}$.

2°/ En déduire que $\forall x\in[0,\frac{\pi}{2}]$: $x-\frac{x^3}{6}\le\sin x\le x-\frac{x^3}{3\pi}$.

3°/ Démontrer que $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x-x}{x^2}=0$.

Exercice 7 :

Utiliser le théorème des inégalités des accroissements finis pour montrer que :

1°/ $\dfrac{b-a}{\cos^2 a}\le\tan(b)-\tan(a)\le\dfrac{b-a}{\cos^2 b}$ $\quad(0<a<b<\dfrac{\pi}{2})$.

2°/ $\dfrac{1}{2\sqrt{a+1}}\le\sqrt{a+1}-\sqrt{a}\le\dfrac{1}{2\sqrt{a}}$ $\quad(a>0)$

3°/ $\dfrac{\pi}{2}-2x\le(\operatorname{cotg} x)-1\le\dfrac{\pi}{4}-x$ $\quad(x\in[\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{2}])$.